

Klaus SCHÖLER
Uniwersytet w Poznaniu

PROSTY MODEL OPTYMALNEJ WIELKOŚCI MIASTA

A SIMPLE MODEL OF OPTIMAL SIZE OF A CITY

ABSTRACT: Starting from 80 years ago, formulated the theory of central facilities ing. W. Christaller, the article shows the weakness in the current socio-economic conditions, eg in the context of the growing distance of workplaces and homes of consumers, by increasing their mobility (far motoring). Proposes his own concept in the form of the model, expressed in the system of equations.

KEY WORDS: city, model, theory of W. Christaller central centers

Wprowadzenie

Przy rozważaniach na temat wielkości miast, powstają dwa pytania. Pierwsze z nich brzmi: dlaczego istnieją miasta wykazujące przerost, charakteryzujące się brakiem zorganizowania jednostki miejskiej (duże miasta), a z drugiej strony miasta małe, które nie są w stanie zapewnić swoim mieszkańcom niezbędnych (podstawowych) usług? Inaczej: czy istnieje optymalna wielkość miasta? Pytanie drugie, zasadnicze, wynika z pierwszego: dlaczego wszystkie miasta nie są jednakowej wielkości, skoro powinna istnieć optymalna wielkość miasta? Wydawałoby się, że odpowiedź na to pytanie daje koncepcja ośrodków centralnych Waltera Christallera (1933). Jednakże koncepcja ta rodzi pewne problemy, przejawiające się w braku powiązania aktywności ekonomicznej z gęstością i obszarem zaludnienia oraz rentą gruntową. Ponadto powstaje kolejne pytanie, czy najważniejszy element teorii Christallera – szerokie zaopatrzenie w dobra – jest jeszcze aktualny w świetle obecnie zmodyfikowanych wymogów technicznych i obecnego sposobu zachowania uczestników gry rynkowej, czy może powinien on zostać zastąpiony innym elementem.

W literaturze istnieją trzy podejścia modelowe do odpowiedzi na pierwsze pytanie (por. Schöler 2007). Jako pierwsi próbę określenia optymalnej wielkości miasta podjęli Alonso (1971) oraz Richardson (1983), za pomocą zapożyczonego z teorii przedsiębiorstwa podejścia opartego na funkcji zysków i kosztów. Wychodzi się przy tym z założenia, że wszystkie zalety struktury miejskiej dają się wskazać (wymienić), a zależą one od liczby mieszkańców i wraz z nią mogą się zmieniać. Podobnie, w uzależnieniu od liczby ludności, można wymienić wady przestrzennej koncentracji miejskiej. Pominięcie tych założeń oznacza, że obie funkcje, zysków i kosztów, „spadają z nieba” jako oparte na bazowych funkcjach użyteczności i produkcji. Model Fischa (1976) spełnia wprawdzie wymóg analizy na podstawie technologii produkcji i użyteczności, zaniedbuje jednak dobra publiczne, które przedstawiane są przez miasta do dyspozycji ich mieszkańców. W końcu trzecie podejście uwzględnia lokalne czyste dobra publiczne (Arnott 1979, Arnott, Stiglitz 1979, Arnott 2004), nie zawiera jednak teoretycznego uzasadnienia ich wykorzystania. Stąd w kolejnym prostym modelu powinno się dążyć do ustalenia – na podstawie funkcji użyteczności i przy danym zakresie dostępnych dóbr publicznych – optymalnej wielkości liczby mieszkańców danego miasta. Na drugie pytanie odpowiedzi udziela, choć niekompleksowo i niespójnie, koncepcja ośrodków centralnych Christallera (1933). W drugiej części niniejszego opracowania omówiono, w odpowiednim skrócie, wyprowadzone z teorii Christallera problemy związane z hierarchią miast i ich wielkością. W części trzeciej przedstawiono prosty model optymalnej wielkości miasta, natomiast w części czwartej podsumowano krótko wyniki.

Hierarchia i wielkość miast

Definicja wielkości miasta nastrocza wiele trudności. Należy do nich problem określenia geograficznego obszaru miasta, jeżeli nie wyjdzie się z naiwnego założenia, które mówi, że w sensie ekonomicznym miasto kończy się tam, gdzie jest jego granica administracyjna. Im większe jest miasto, tym dalej poza te granice sięga jego przestrzeń gospodarcza. Tak więc sensowne wydaje się wyjście od przestrzeni gospodarczej, która obejmuje miasto wraz z przyległą do niego okolicą. Druga trudność dotyczy pomiaru wielkości tak zdefiniowanej przestrzeni gospodarczej. W tej kwestii istnieją trzy możliwe odpowiedzi. Otóż wielkość miasta – nazywaną dalej miejską przestrzenią gospodarczą – można określić: 1. przy pomocy liczby mieszkańców tej przestrzeni, 2. przez ekspansję geograficzną lub 3. poprzez centralność dóbr, które są oferowane przez miasto. Trzecia definicja powraca do koncepcji Christallera (1933) i pozwala nie tylko na ukazanie wielkości miasta w jego definicji centralności, ale również na skonstruowanie hierarchii miast. Chociaż Christaller przypisuje poszczególnym typom miast idealną liczbę ludności, to kryterium to jest konstytutywne nie dla rozmiaru miasta, tylko dla samego zakresu dóbr, których nie oferuje miasto o mniejszej centralności. Ponadto bez znaczenia w tej koncepcji jest także geograficzna ekspansja obszaru miasta.

Znana jest zasadnicza myśl rozważań Christallera, że dobra wykazują pewien maksymalny i minimalny przestrzenny zasięg. Przy danej funkcji popytu konsumpcyjnego istnieje pewien dystans pomiędzy miejscem produkcji a miejscem sprzedaży, przy którym koszty wyprodukowania łącznie z kosztami transportu osiągają poziom tak wysoki, że popyt już się nie pojawia. Jednocześnie określony jest zasięg dystrybucji, który w sposób widoczny zależy od wysokości kosztów transportu, ceny sprzedaży i natężenia popytu, a także od rodzaju dóbr oraz ich wyceny. W konsekwencji zakres zamówień gospodarstw domowych jest zdeterminowany właściwościami dóbr. Ponadto przedsiębiorstwa będą wchodzić na rynek lub na nim pozostawać tylko wówczas, gdy przychody pokryją zmienne długookresowe oraz stałe koszty (kalkulowany zysk przedsiębiorstwa, premia za ryzyko, odsetki kapitałowe mogą zostać zaliczone w koszty stałe). Przy danym poziomie popytu niezbędna jest minimalna powierzchnia sprzedaży, aby z przychodów powstałych w jej obrębie móc pokryć koszty produkcji. Ten minimalny zasięg dostaw (dystrybucji), wyrażony poprzez promień minimalnej powierzchni sprzedaży, zależy jedynie od wysokości stałych i zmiennych kosztów, płac, kosztów transportu, a następnie od struktury popytu, jak i od rodzaju dóbr. Zyski mogą mieć miejsce jedynie wówczas, gdy zasięg sprzedaży całego przedsiębiorstwa przekroczy ten minimalny promień. Hierarchię miast można wyjaśnić w następujący sposób: dobra o szerokim zasięgu dystrybucji są oferowane w miejscach o dużym stopniu scentralizowania, natomiast dobra o niskim minimalnym zasięgu dystrybucji oferowane są także w miejscach o małej centralności. Z powyższych rozważań wynika powstawanie sieci nakładających się powierzchni rynkowych dla konkretnych dóbr.

Obecnie żadna forma powiązania nie jest zgodna z koncepcją Christallera. W szczególności należy tu wymienić trzy sfery, trzy obszary (Schöler 2005):

1. Z powodu rosnącej odległości miejsca zamieszkania od miejsca pracy, zakupy w zakresie określonych dóbr coraz częściej realizowane są w okolicy miejsca pracy i tym samym słabną w miejscu zamieszkania. Nawet wtedy, gdy miejsce zamieszkania i miejsce pracy nie są tak całkowicie rozbieżne (odległe), rosnąca mobilność gospodarstw domowych (poprzez samochody osobowe, jak również połączenia sieciowe i miesięczne bilety komunikacji publicznej) prowadzi do powstawania odległych centrów handlowych o wyższym skupieniu. Ponieważ w tych miejscach oferowane mogą być dobra o niższej centralizacji, całkowite zapotrzebowanie w nie, w tym w dobra pierwszej potrzeby w większych ilościach, może tam zostać zrealizowane, a dobra przetransportowane przy pomocy prywatnych samochodów. Jednakże warunkiem takich zachowań gospodarstw domowych jest to, aby dysponowały one odpowiednimi technologiami przechowywania (głównie lodówkami i zamrażarkami). Łączenie przez gospodarstwa domowe pracy i zakupów albo nabywanie dóbr o niższym i wyższym skoncentrowaniu w tym samym miejscu znajduje odzwierciedlenie w oszczędności czasu, która z alternatywnymi kosztami wolnego czasu oceniana jest jako korzyść ekonomiczna. Opisane powyżej konsumenckie zachowania prowadzą do utraty znaczenia miejsc o niskim skoncentrowaniu. Dolna zatem płaszczyzna hierarchii ztraca się w koncepcji miejsca centralnego.

2. Ponieważ we wszystkich miejscach o jednakowej centralizacji oferowane są tego samego rodzaju dobra, to wykluczona jest przestrzenna koncentracja przedsiębiorstw tej samej branży i tym samym złożony efekt lokalizacji jednakowego przemysłu. W rzeczywistości spotykamy jednak takiego rodzaju aglomeracje nie tylko z przyczyn historycznych i geograficznych, ale i dlatego, że wewnątrzprzemysłowe pozytywne efekty aglomeracji – korzyści ze wspólnych promocji, szkoleń i badań naukowych – są tak silne, iż rekompensują negatywne skutki aglomeracji: wady silnej konkurencji na rynku pracy i wstępnego produktu oraz wyższe koszty transportu do oddalonych rynków. Powyższe przyczyny powstawania aglomeracji – nowa geografia ekonomiczna wskazuje na to jeszcze bardziej – nie są kompatybilne z systemem Christallera.

3. Wreszcie – co zostało już wykazane – rangi miejsca (miejscowości) określa się poprzez wartość obrotu dobrami na ich terenie, a nie poprzez powierzchnię bądź wielkość zaludnienia tych miejscowości. W teoretycznym podejściu przyjmuje się nadal, że miejsca zamieszkania ludności z jednolitą gęstością są zlokalizowane na całej (bez wolnych miejsc) powierzchni, chociaż miejsca pracy i placówki zaopatrzenia (konsumpcja, administracja itp.) powielają znany hierarchiczny wzorzec. Racjonalnie zachowujące się gospodarstwa domowe dążyłyby do minimalizacji rent gruntowych – nieodgrywających żadnej roli w koncepcji miejsca centralnego – i kosztów transportu oraz do przesiedlenia się w miejsca konsumpcji i pracy, lub w ich pobliże. Konsekwencją tego sprzężenia zwrotnego byłby dla tego samego dobra mniejszy dolny zakres w miejscach o wysokim stopniu scentralizowania oraz większy dolny zakres w miejscach o niskiej centralności. Wynika stąd bezpośrednio, że powyższe koncepcje nie są kompatybilne z ustalonym systemem hierarchicznym.

Z powyższych uwag krytycznych zrodziła się idea, aby jako uzasadnienie hierarchii miast uznać dystrybucję (rozdział) różnego rodzaju dóbr publicznych G_1, G_2, \dots, G_m . Przy tym nie jest konieczne, by były to czyste dobra publiczne, którym mogą zostać przypisane właściwości niewyłączności i nietrywialności. Co więcej, wystarczy jeżeli dobra państwowe (wytworzone przez państwo) w znaczącej części będą finansowane z podatków (miejski teatr, kryta pływalnia, ogród zoologiczny itp.). Owe dobra publiczne posiadają, w zależności od ich właściwości, różny przestrzenny zasięg ciężenia (oddziaływania). Dla przykładu: w warunkach Niemiec kryty basen ma zasięg do 5 km, teatr miejski do 20 km, ogród zoologiczny do 50 km itd. Kluczowym pomysłem jest teraz, ażeby nie różnego rodzaju dobra konsumpcyjne wraz z ich specyficznym zasięgiem, ale dystrybucja publicznych dóbr kształtowała hierarchię miast.

Prosty model

W przedstawianym tu modelu powinny być spełnione wymogi zbudowania analizy opartej na ocenach użyteczności oraz powinno zostać rozpatrzone (uwzględnione) istnienie dóbr publicznych. W miejsce jednolitego dobra publicznego G można wprowadzić

dzić dobra publiczne o różnej rozległości G_1, G_2, \dots, G_{m-x} gdzie x określa rangę miasta. Do funkcji użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego wchodzi dobro publiczne (G) określone pod względem charakteru i zakresu, popyt na tereny pod zabudowę mieszkalną (B), inne dobra konsumpcyjne (q):

$$u = q^\alpha G^\beta B^\gamma \quad (1)$$

gdzie α, β, γ przedstawiają wagi różnych dóbr, dla których zachodzi $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

Dobra użytku społecznego są finansowane przez podatek miejski $t > 0$ na osobę:

$$G = tN \quad (2)$$

przy czym N reprezentuje liczbę mieszkańców danego miasta. Przy danych dobrach publicznych oraz dochodach wzrost liczby ludności miejskiej – pod warunkiem zrównoważonego budżetu – skutkuje w postaci zmniejszenia stopy podatkowej. Gospodarstwo domowe, które mieszka w pewnej odległości od centrum miasta musi ponieść koszty transportu, aby móc skorzystać z dóbr publicznego użytku. Sensowniej jest przyjąć, że wraz z wielkością miasta definiowaną poprzez rozciągłość zaludnienia i pojawiającym popytem na powierzchnię wzrasta także rozmiar oferowanych w mieście dóbr publicznych. Skutkuje to tym, że przeciętne koszty transportu pewnego reprezentatywnego gospodarstwa, które musi ono ponieść, aby dotrzeć do dóbr publicznych w centrum miasta, rosną wraz z zakresem tych dóbr: $F = \phi(G)$ $\phi' > 0$. Ze względów praktycznych powinno się przyjąć liniową zależność: $F = eG$, gdzie $e > 0$. Niech z będzie ceną działek mieszkalnych, a p ceną innych dóbr konsumpcyjnych, przy czym ograniczenie budżetowe określone jest przy pomocy dochodu y :

$$y = pq + zB + eG + t \quad (3)$$

lub przy uwzględnieniu (2) przez:

$$y = pq + zB + etN + t \quad (4)$$

Zastępując również w funkcji użyteczności (1) wielkość G przez (2), otrzymujemy funkcję Lagrange'a:

$$\Lambda(q, B, N) = q^\alpha (Nt)^\beta B^\gamma + \lambda(y - pq - zB - etN - t) \quad (5)$$

z pochodnymi:

$$\partial \Lambda / \partial q = \alpha u / q - \lambda p = 0 \quad (6)$$

$$\partial \Lambda / \partial B = \gamma u / B - \lambda z = 0 \quad (7)$$

$$\partial \Lambda / \partial N = \beta u / N - \lambda et = 0 \quad (8)$$

$$\partial \Lambda / \partial \lambda = y - pq - zB - etN - t = 0 \quad (9)$$

W celu rozwiązania tego układu równań można najpierw z (6) i (8) wyznaczyć q :

$$q = \frac{\alpha e N t}{\beta p} \quad (10)$$

a następnie z (7) i (8) B :

$$B = \frac{\gamma e N t}{\beta z} \quad (11)$$

Uwzględniając wyniki (10) i (11) w równaniu (9) i rozwiązując je ze względu na N , otrzymujemy optymalny zakres liczby ludności danego miasta:

$$N^* = \frac{\beta(y-t)}{e t(\alpha + \beta + \gamma)} \quad (12)$$

Miasto jest tym większe, im wyższe są wartość dóbr publicznych β i dochód netto $y - t > 0$ oraz im mniejsze są koszty podróży e , które rosną wraz z zasięgiem dóbr publicznych. Najbardziej korzystna wielkość miasta obniża się w końcu wraz ze wzrostem poziomu podatków przypadających na jednego mieszkańca t . Ponieważ stopa podatkowa jest zmienną egzogeniczną, gospodarstwa domowe redukują swoje zapotrzebowanie odnośnie do dóbr publicznych ($G^* = tN^*$) wraz ze wzrostem t . Jak z tych rezultatów przechodzi się do hierarchii miast? Przyjmuje się, że wyceny dóbr publicznych przez gospodarstwa domowe β nie są jednolite, ale dzielą się od β_1 do β_m . Dalej zakłada się, że w określonym procesie równowagi dokładnie te same gospodarstwa z identyczną wartością β znajdują się razem w pewnych miejscach, tak, że powstaje hierarchia miast z różną liczebnością dobitnie publicznych dóbr G_1, G_2, \dots, G_m oraz z różnymi rozmiarami populacji N_1, N_2, \dots, N_m . Centralizacja miejscowości nie podąża zatem, jak to miało miejsce w przypadku koncepcji Christallera, za geograficznym zasięgiem dóbr prywatnych, lecz za oszacowaniem wartości dóbr publicznych przez gospodarstwa domowe. Struktura hierarchii miast jest określana poprzez funkcję rozkładu dla β . Do hierarchii miast dochodzi się również poprzez równomierny podział wartości β , ponieważ także w tym przypadku powstaje kilka dużych i wiele małych miast.

Podsumowanie

W niniejszym opracowaniu podjęto próbę określenia optymalnej wielkości miasta, mierzonej liczbą ludności, na podstawie zachowań decyzyjnych gospodarstw domowych. W pierwszej kolejności zostało wyjaśnione, dlaczego wyprowadzona i wyrażona przez Christallera koncepcja hierarchii i wielkości miast jest pozbawiona zarówno ujęcia dynamicznego, jak i określenia liczby mieszkańców miasta na pewnym szczeblu hierarchii. Następnie w dołączonym prostym modelu ustalona została na podstawie

funkcji użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego uwzględniającej rozmiar dóbr publicznych związana z nią maksymalnie użyteczna wielkość miasta.

W rozważanym modelu nierozpatrzone pozostaje pytanie o geograficzne rozprzestrzenianie się miast, ponieważ renta gruntowa nie została wymodelowana w uzależnieniu od oddalenia od centrum miasta.

Bibliografia

- Alonso W., 1971, *The economics of Urban size*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” vol. 26, s. 67–83.
- Arnott R., 1979, *Optimal city size in a spatial economy*, „Journal of Urban Economics” vol. 6, s. 65–89.
- Arnott R., 2004, *Does the Henry George Theorem pro vide a practical guide to optimal city size?*, „American Journal of Economics and Sociology” vol. 63, s. 1057–1090.
- Arnott R., Stiglitz J.E., 1979, *Aggregate land rents, expenditure on public foods, and optima city size*, „Quarterly Journal of Economics” vol. 93, s. 471–500.
- Christaller W., 1933, *Die zentralen Orte in Süddeutschland*, Jena.
- Fish O., 1976, *Optimal city size, land tenure and the economic theory of clubs*, „Regional Science and Urban Economics” vol. 6, s. 33–44.
- Richardson H.W., 1983, *The Economics of Urban Size*, London.
- Schöler K., 2005, *Raumwirtschaftstheorie*, München.
- Schöler K., 2007, *Gibt es eine optimale Stadtgröße?*, „Volkswirtschaftliche Diskussionsbeiträge der Universität Potsdam” Nr 89, Potsdam.

PROSTY MODEL OPTYMALNEJ WIELKOŚCI MIASTA

ABSTAKT: Wychodząc od sformułowanej przed 80 laty teorii ośrodków centralnych W. Christallera, autor artykułu wykazuje jej ułomność w aktualnych warunkach ekonomiczno-społecznych, na przykład w kontekście rosnącej odległości miejsc pracy i miejsc zamieszkania konsumentów, wskutek rosnącej ich mobilności (dzięki motoryzacji). Proponuje własną koncepcję w formie modelu wyrażonego układem równań.

SŁOWA KLUCZOWE: miasto, model, teoria ośrodków centralnych W. Christallera

